



Usean muuttujan funktiot

Tentti 8.1.2025 / Merja Laaksonen

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta.

Muista, että jokaisessa tehtävässä pisteet tulevat perusteluista eikä arvauksista.

1. Lämpötila

$$T(x, y, z) = z + 20 + \sin(x + y^2).$$

Ötökkä lentää pitkin rataa $\mathbf{g}(t) = (-t^2, t, t^2 + 5)$, $0 \leq t \leq s$. Kun lämpötila on 35, se pökertyy kuumuudesta. Hetkellä $t = \sqrt{3}$ se on pisteessä A .

a) Mikä on se ajanhetki s , jolloin matka katkeaa pökertymiseen?

b) Mikä on pisteessä A suunta, johon lämpötila vähenee eniten?

c) Mikä on pisteessä A suunnatun derivaatan T'_u arvo menosuuntaan $\mathbf{g}'(\sqrt{3})$?

2. a) Jos derivaatat ovat olemassa ja $f(x, b) = g(x)$, niin $f_x(a, b) = g'(a)$. Laske $h_x(2, 0)$, kun

$$h(x, y) = x(x^2 + y^2)^{-3/2} e^{\sin(x^2 y)}.$$

b) Ohessa on taulukko funktioiden f, g, f_x ja f_y arvoista kahdessa kohdassa

	f	g	f_x	f_y
$(0, 0)$	3	3	9	4
$(1, 2)$	16	3	1	2

Oletetaan, että $f : f(x, y)$ on derivoituva ja $g(s, u) = f(2s - u, u^2 - 4s)$. Laske annettujen tietojen perusteella osittaisderivaatan $g_u(1, 2)$ arvo.

3. Etsi funktion

$$f : f(x, y, z) = \frac{x^3 + y^3}{3} - xy + 3$$

kriittiset pisteet ja tutki onko kyseessä paikallinen maksimi, minimi vai satulapiste.

4. Kappale T on origokeskinen 7-säteinen kuula, josta on poistettu origokeskinen 1-säteinen kuula. Laske

$$\iiint_T \frac{z^2}{(x^2 + y^2 + z^2)^2} dV.$$